جـــبر بـــول

1. جـــبر بـــول

هو جبر تأخذ فيه المتغيرات حالتين اثنتين فقط (0 أو 1) دون المرور بحالة وسيطة.

إذا اعتبر زرا ضاغطا ما، فإنه يكون في حالتين اثنتين فقط:

– لا يوجد تأثير فيزيائي على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.

– يوجد تأثير فيزيائي على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

كذلك بالنسبة للمصباح مثلا:

– إذا كان منطفئا (عدم مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.

– إذا كان متوهجا (مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

إذا نحن أمام متغير ثنائي

ملاحظة: هناك نوعان من الملامس:

ملمس للفتح و نرمز له a ملمس للغلق و نرمز له $\bar{a}$

2. الدوال المنطقية الأساسية

1.2 الدالة "نعم" "oui"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a ▷ s	a [1] s	a — s

جدول الحقيقة: يلخص جدول الحقيقة كل حالات متغيرات الخروج المناسبة لكل التوفيقات المحتملة لمتغيرات الدخول

a: هو متغير .... و s: هو متغير ....

a	S

المعادلة: s =

2.2 الدالة "لا" "Non"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a ▷o s	a [1]o s	$\bar{a}$ — s

جدول الحقيقة: a : هو متغير .... و s: هو متغير ....

a	S

المعادلة: s = و تقرأ:

3.2 الدالة "و" "Et"

التركيب بالملامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأوروبي	الرمز الأمريكي
a b s	a b & s	a b s

جدول الحقيقة: و : هما متغيرا .... و S : هو متغير...............

a	b	S

المعادلة: s = و تقرأ:

4.2 الدالة "أو" "Ou"

التركيب بالملامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأوروبي	الرمز الأمريكي
a b s	a b ≥1 s	a b s

جدول الحقيقة: a و b :هما متغيرا .... و s: هو متغير...............

a	b	S

المعادلة: s = و تقرأ:

4.3 الدالة "أو الإستبعادي" "Ou exclusive"

a	b	S

جدول الحقيقة: a و b: هما متغيرا .... و S: هو متغير...............

المعادلة: S =

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a b s	a b =1 s	s a b

3. الدوال المنطقية المركبة

1.3. الدالة "لاو" "Non Et"

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة " " و الدالة " "

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a b s	a b & s	s b a

جدول الحقيقة: a و b: هما متغيرا .... و S: هو متغير.............

a	b	S

المعادلة: S=

2.3. الدالة "لا أو" "Non Ou"

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة " " و الدالة " ".

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a b s	a b ≥1 s	s a b

جدول الحقيقة: a و b: هما متغيرا .... و S: هو متغير...............

a	b	S

المعادلة: S=

4. نظرية دو مورغان "DE MORGAN"

نستطيع كتابة معادلة كل من الدالتين "لا و" و "لا أو" كالتالي:

S =

S =

و منه نستنتج نظرية دو مورغان:

–

–

5. خصائص الجبر المنطقي:

لتكن a,b,c ثلاث متغيرات منطقية:

خاصية التبديل: $a + b =$ و $a \cdot b =$

خاصية التجميع: $a + (b + c) =$

خاصية التوزيع: $(a + b) \cdot c =$ و $(a \cdot b) \cdot c =$

خاصية الامتصاص: $a+ab = a$

مثال: أثبت أن:

$a\,\bar{b} + a\,\bar{b}\,c\,d = a\,\bar{b}$ ....

$x + x\,y + x + x\,\bar{y}\,\bar{z} = x$ ....

....

$a\,b + a\,b\,c + a\,b\,\bar{c}\,d = a\,b$ ....

$x + \bar{x} + x\,y + z + x\,y\,z = 1$ ....

....

قاعدة مضاعف المكمل: $a + \bar{a}b = a + b$

مثال: $a + ab + \bar{a}bc + ab\bar{c} =$.... ....

....

6. العلاقات المنطقية الشهيرة:

$a . a =$	$a + a =$
$a . \overline{a} =$	$a + \overline{a} =$
$a . 0 =$	$a + 0 = a$
$a . 1 =$	$a + 1 =$

7. اختزال المعادلات المنطقية

- **الهدف**: إيجاد صيغة جديدة للمعادلة المنطقية بأقل عدد من الحدود بغية سهولة تمثيلها منطقيا أو كهربائيا.
- **الطرق**: هناك طريقتان للاختزال هما:
  - الاختزال الجبري: تعتمد على استعمال العلاقات و النظريات السابقة للجبر البولي
  - الاختزال الهندسي: تعتمد على استعمال جدول كارنو KARNAUGT

1.7. الاختزال الجبري:

اختزل جبريا المعادلات المنطقية التالية:

$P = (a + \overline{b})\ (b + \overline{c})\ (c + \overline{a})$ ....

....

$Q=(a+b+c)(a+\bar{b}+c)(a+\bar{b}+\bar{c})$ ……………………………………………………………………

………

$R=abc+a\bar{b}(\bar{a}\ \ \bar{c})$ ……………………………………………………………………………

$S=\bar{a}c(\bar{a}bd)+\bar{a}b\bar{c}\bar{d}+a\bar{b}c$ ……………………………………………………………

………

$T=abc+ab\bar{c}+a\bar{b}c$ ……………………………………………………………………………

$U=(\bar{a}+b)(a+b+d)\bar{d}$ ……………………………………………………………………………

………

$V=(a+b)(a+c)+(b+c)(b+a)+(c+a)(c+b)$ ………………………………………………………

………

1.8.الاختزال الهندسي:

يتضمن جدول كارنو 2^n خانة حيث n عدد متغيرات الدخول (مثال: 4 متغيرات = 16 خانة).

- كل خانة توافق توفيقة ممكنة لمتغيرات الدخول.
- كل توفيقة من توفيقات المعادلة تمثل في الجدول بالعدد « 1 » في الخانة التي تناسبها.

يمكن بعد ذلك تجميع الخانات التي تحتوي على « 1 » 2,4, 8, ..., 2n ثم اختزال المتغيرات التي تغير من حالتها في عند التجميع وفق التالي:

- تجميع خانتين يقصي متغير واحد
- تجميع 2^x خانة يقصي x متغير.

مثال: اختزل هندسيا المعادلات التالية:

$T_1=xyz+xy\bar{z}+\bar{x}y\bar{z}+\bar{x}yz$

$T_2=x\bar{y}\bar{z}+xy\bar{z}+xyz+xy\bar{z}$

$T_3=yw+zw+\bar{z}w+\bar{x}y\bar{z}\bar{w}+xy\bar{z}$

$T_4=xyz+z(x\bar{y}+\bar{x}y)$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$T_1=$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$T_2=$

xy	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$T_3=$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$T_4=$

1.9. تمثيل المعادلات المنطقية بالبوابات "لاو" "NAND" و البوابات "لا أو" "NOR"

- صياغة المعادلات من شكل "مجموع جداءات" متغيرات الدخول: مجموع حدود مكونة من جداءات متغيرات الدخول يسمح بتمثيلها بواسطة البوابات "لاو".
- صياغة المعادلات من شكل "جداء مجاميع" متغيرات الدخول: جداء حدود مكونة من مجموع متغيرات الدخول يسمح بتمثيلها بواسطة البوابات "لا أو".

مثال: استخرج المعادلات المنطقية المختزلة مما يلأتي:

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

M =

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

N =

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

P =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

R =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

S =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	1
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

T =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	1	0	0	1	1	0
01	0	1	1	0	0	1	1	0
11	0	1	1	0	0	1	1	0
10	0	1	1	0	0	1	1	0

K =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	1	1	1	1	0
01	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	1	1	0
10	0	0	0	1	1	1	1	0

H =